

Chapitre I

Eléments de base sur la mécanique quantique

Plan :

- I. Introduction
- II. Dualité onde-corpuscule
- III. Onde associée à une particule : Onde de De Broglie
- IV. Principe d'incertitude de Heisenberg

I. Introduction

Le physicien N. Bohr a montré qu'il était possible grâce à son modèle semi-classique de calculer les niveaux d'énergie de l'hydrogène. Ce modèle peut être aussi appliqué pour les hydrogénoïdes et le rayonnement X (transitions de la série K). Pour des éléments atomiques plus complexes (plus d'un électron) ce modèle n'est plus valable. Il est donc nécessaire d'introduire la mécanique quantique.

Le concept fondamentale de la mécanique quantique est la dualité onde-corpuscule établit par L. de Broglie, qui montre que dans l'infiniment petit, une particule de masse m se comporte comme une onde. Ce qui a permis d'interpréter plusieurs phénomènes tels que la radioactivité, la supraconductivité, l'effet tunnel,..... En effet cette théorie permet d'expliquer des mécanismes interdits par la physique classique.

II. Dualité Onde-corpuscule

1. Photon et paquet d'onde

Un paquet d'onde est un signal limité dans le temps et dans l'espace, c'est ce qui évite d'avoir une énergie infinie (chose absurde dans une situation expérimentale courante).

Le paquet d'onde est donc **un vrai signal** qui peut véhiculer de l'information.

Quelques exemples de paquets d'ondes sont donnés sur la figure 1

2. Dimension du paquet d'onde et localisation du photon

- a. Nous ignorons la position exacte du photon dans le domaine du paquet d'onde, mais celui-ci ne peut être en dehors du champ électromagnétique.
- b. Si **la dimension** du paquet d'onde **augmente**, le photon est de moins en moins localisé : c'est **l'aspect ondulatoire** qui l'emporte. On associe donc le champ à une onde plane.
- c. Si **la dimension** du paquet d'onde **diminue**, il est impossible d'associer le champ à une onde plane et c'est **l'aspect corpusculaire** qui l'emporte.

III. Onde de de Broglie

1. Onde associé à une particule

Hypothèse de De Broglie

On a vu que le photon était associé à un phénomène ondulatoire, Louis de Broglie se demande pourquoi il n'en serait pas de même pour les particules de matière, il propose l'hypothèse suivante :

« On peut concevoir que par suite d'une grande loi de la nature, à chaque morceau d'énergie de masse propre m_0 , soit lié un phénomène périodique de fréquence ν_0 »

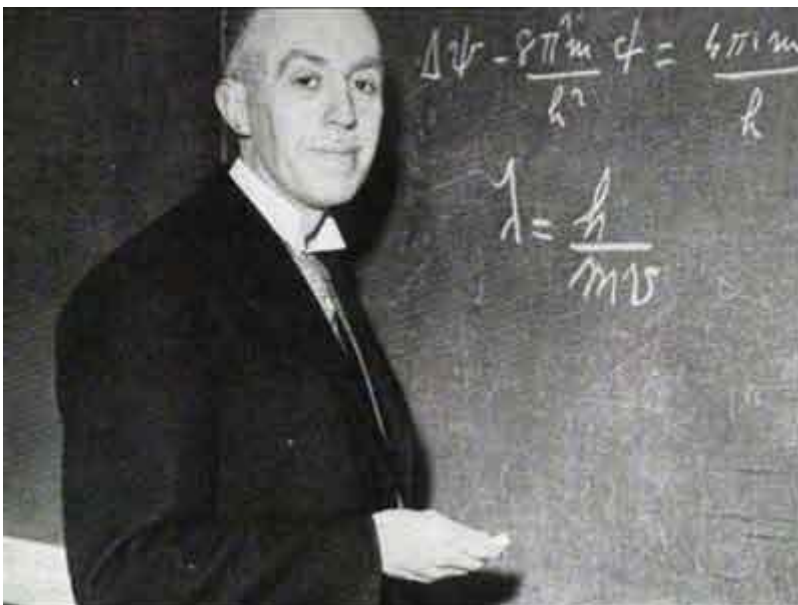
Trois quart de siècle après cette intuition géniale, d'innombrables expériences montrent cependant l'existence d'une onde associée à une particule microscopique.

2. Longueur d'onde de L. de Broglie

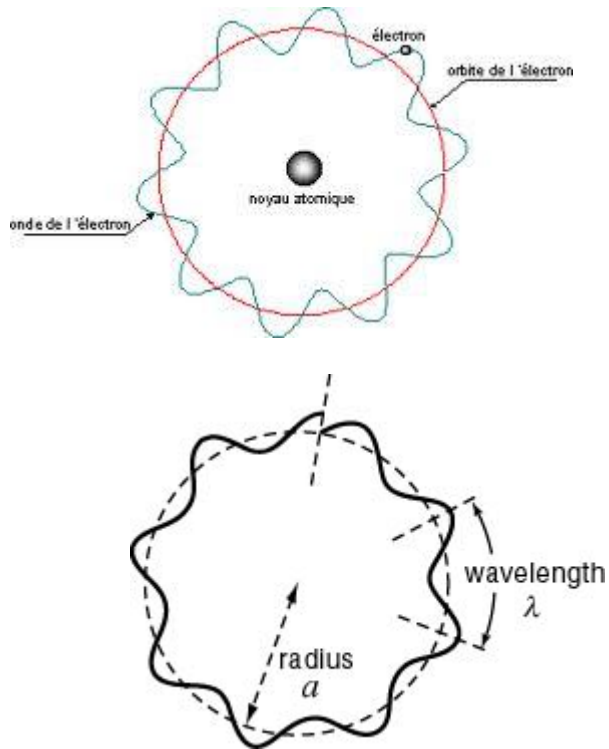
Soit une particule en mouvement avec une vitesse \vec{v} par rapport à un observateur fixe. On cherche à exprimer la longueur d'onde associée à cette particule.

En égalisant l'énergie d'une onde de pulsation ω , de vitesse de groupe V_g , à une énergie cinétique d'une particule de masse m et de vitesse v on arrive à l'expression de la longueur d'onde de L.de Broglie donnée par :

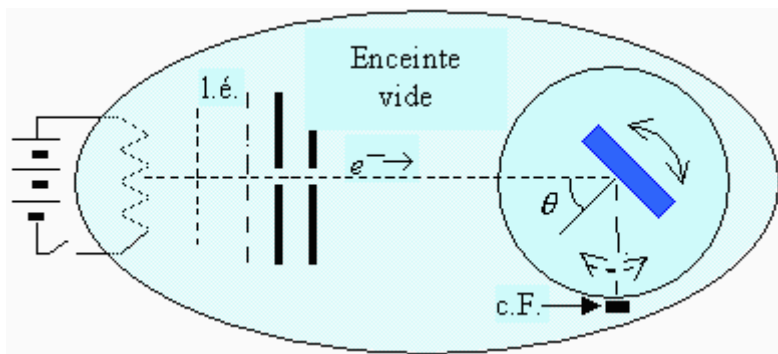
$$\lambda_D = \frac{h}{m.v}$$



3. Interprétation de la condition de quantification de Bohr.



4. Mise en évidence de la longueur d'onde de de Broglie
Expérience de Davisson et Germer



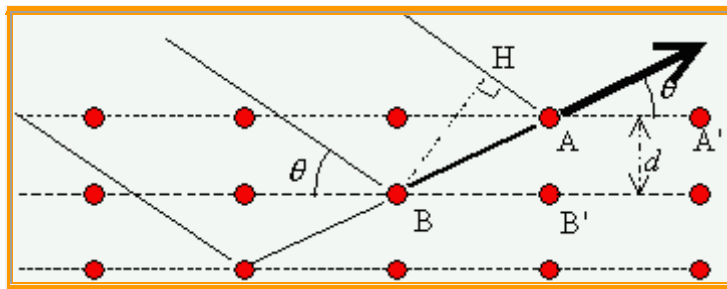
Les électrons sont émis par le filament F et accélérés par une tension U. Ils frappent sur le cristal sous un angle θ , après diffusion ils sont collectés au niveau d'une électrode tournante..

Résultats

- En déplaçant le détecteur, on mesure une intensité de courant maximale pour un angle de diffusion égale à l'angle d'incidence
- On montre que la relation de Bragg : $2.d.\sin(\theta) = n.\lambda$, n'est vérifiée que si l'on remplace λ par $\lambda = \frac{h}{m_e v_e}$: longueur d'onde de de Broglie.

Démonstration de la relation de Bragg.(voir TD)

$2.d.\sin(\theta) = n.\lambda$ On obtient :



Vérification :

Connaissant la tension accélératrice $U = 100V$, on calcule la vitesse des électrons

$$\Delta E_c = -\Delta E_{pelec} ; \text{Où } \Delta E_c = \frac{1}{2}mV^2 \text{ et } \Delta E_{pelec} = q.U$$

$$\text{Ce qui donne : } V_{e^-} = \sqrt{\frac{2.e.U}{m}}$$

On en déduit la longueur d'onde propre aux électrons donnée par $\lambda = \frac{h}{m.V} = \mathbf{0.1654 \text{ nm}}$.

Par ailleurs la longueur d'onde du rayonnement X utilisé pour le même cristal et qui vérifie la relation de Bragg est $\lambda = \mathbf{0.1655 \text{ nm}}$

Conclusion :

L'expérience de Davisson et Germer a permis :

- vérifier le comportement ondulatoire des particules : électrons.
- Valider la loi de L. de Broglie ($\lambda = \frac{h}{mv}$)

Application : Mise au point **du microscope électronique**

Les électrons sont accélérés avec une tension $U = 100-106 \text{ V}$

On obtient : $\lambda = h/m_e v \approx 0.01 \text{ \AA} \text{ à } 1 \text{ \AA}$, qui représente des longueurs d'onde faibles devant celles de la lumière. Pour un microscope ordinaire λ est de l'ordre de 500 nm.

Les longueurs d'ondes des électrons diminuent le pouvoir séparateur (qui lui est proportionnel à la longueur d'onde utilisée), ce qui augmente donc la performance du microscope.

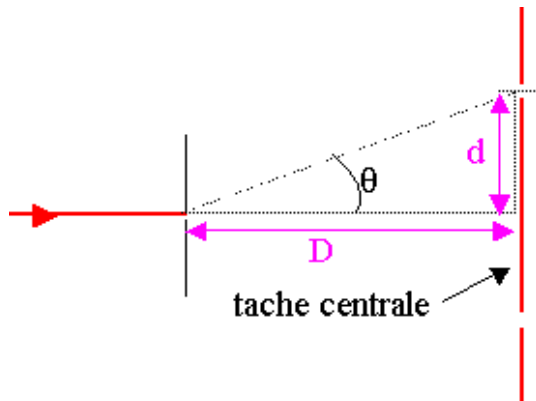
IV. Principe d'incertitude de Heisenberg

En mécanique classique, il est possible de déterminer à chaque instant des valeurs précises des coordonnées (x, y, z) et des composantes du vecteur quantité de mouvement \vec{p} d'un point matériel. Il y a des erreurs certes, mais celles-ci peuvent être rendues faibles à condition d'utiliser des dispositifs de mesure performants.

Heisenberg a montré que la situation est différente dans le domaine de la microphysique. En effet, il est impossible de mesurer simultanément la position et la quantité de mouvement avec une totale précision. Pour interpréter cela Heisenberg a établi des relations d'incertitude en étudiant la diffraction des électrons.

1. Diffraction des électrons à travers une fente

Un faisceau mono-énergétique d'électrons traversant une fente étroite de largeur a



On observe sur l'écran une série de bandes parallèles (à condition que la largeur de la fente soit très faible), ceci prouve que les électrons subissent une diffraction comme les ondes lumineuses.

On a même vérifié que $\Delta\theta = \frac{\lambda}{a}$ (formule établie pour la diffraction de la lumière), en

remplaçant λ par la longueur d'onde de de Broglie $\lambda = \frac{h}{m_e v_e}$

Notion de probabilité

Un petit nombre d'électrons ne donne pas de diffraction, ceci implique que le comportement des électrons est lié à la loi de probabilité

Soit $\Psi(y,t)$: Fonction d'onde le long de y, où se mesure l'intensité de l'onde, cette fonction est analogue au champ électrique E de la lumière.

L'intensité I est donc proportionnelle à $\Psi(y,t)^2$ (par analogie avec I proportionnelle à E_0^2)

On écrit donc

La probabilité de trouver l'électron entre y et y + dy est proportionnelle à I.dy

Ou bien

Probabilité de trouver l'électron entre y et y + dy est proportionnelle à $|\Psi(y,t)|^2 \cdot dy$

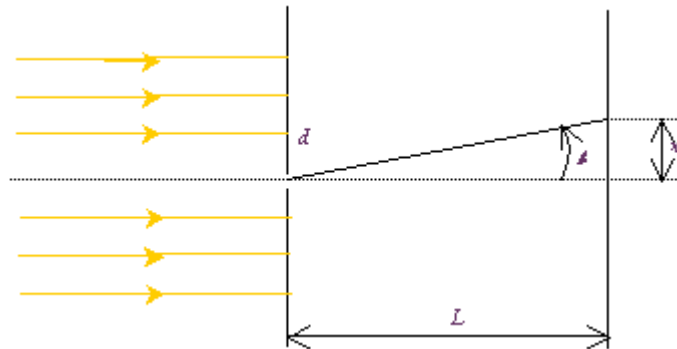
Par conséquent :

Nombre d'électrons entre y et y + dy est : $dN = N \cdot |\Psi(y,t)|^2 \cdot dy$

Relations d'incertitude de Heisenberg

Les propriétés ondulatoires imposent une limitation sur la précision des mesures de la position et de la quantité de mouvement

Pour la diffraction la probabilité de trouver l'électron est élevée, à l'endroit où l'intensité est maximale tel que $\Delta\theta \geq \lambda/a$ où a représente l'incertitude sur y ($\Delta y = a$). (Démonstration : voir TD)



Ce qui donne :

$$\begin{array}{|l} \Delta p_x \cdot \Delta x \geq h \\ \Delta p_y \cdot \Delta y \geq h \\ \Delta p_z \cdot \Delta z \geq h \end{array}, \text{ et la théorie quantique donne : } \begin{array}{|l} \Delta p_x \cdot \Delta x \geq \hbar / 2 \\ \Delta p_y \cdot \Delta y \geq \hbar / 2 \\ \Delta p_z \cdot \Delta z \geq \hbar / 2 \end{array}$$

On en déduit une relation avec l'énergie donnée par : $\Delta E \cdot \Delta t \geq h$, ou bien $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar / 2$

Conclusion

- Le principe d'incertitude est une conséquence directe du processus de mesure. A l'échelle atomique la mesure introduit une perturbation à cause de l'interaction entre l'appareil de mesure et la grandeur que l'on cherche à mesurer.
- L'expression du principe d'incertitude $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar / 2$
Signifie que pour définir l'instant où la particule passe par un point donnée on doit représenter cette particule par un pulse de durée très courte, il faut donc superposer des champs possédant un très grand nombre de fréquences, ceux d'amplitude appréciable dans un mesure domaine de pulsation (large) $\Delta \omega$ autour de ω_0 . (Avec $\Delta E = \hbar \Delta \omega$)