# Partiel Théorie des Langages Rationnels
# Aucun document ni appareil autorisé

Version du 16 septembre 2013

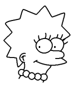
Bien lire le sujet, chaque mot est important. Répondre sur les formulaires de QCM, aucune réponse manuscrite ne sera corrigée. Renseigner les champs d'identité.

Il y a exactement une et une seule réponse juste par question. Si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive. Par exemple s'il est demandé si 0 est *nul*, *non nul*, *positif*, ou *négatif*, sélectionner *nul* qui est plus restrictif que *positif* et *négatif*, tous deux vrais.

Les réponses justes créditent, les réponses incorrectes pénalisent, et les réponses blanches valent 0; il est plus sûr de ne pas répondre que de laisser le hasard décider.

Q.1 Le langage {  $^{2n}$ $\mid \forall n \in \mathbb{N}\}$ est

- ✗ fini
- ✓ rationnel
- ✗ non reconnaissable par automate fini
- ✗ vide

Q.2 Le langage {  $^{n}$  $^{n}$ $\mid \forall n \in \mathbb{N}\}$ est

- ✗ fini
- ✗ rationnel
- ✓ non reconnaissable par automate fini
- ✗ vide

Q.3 Le langage {⚃$^n$⚁$^n$⚀$^n$ $\mid \forall n \in \mathbb{N} : 42! \leq n \leq 51!\}$ est

- ✓ fini
- ✗ rationnel
- ✗ non reconnaissable par automate fini
- ✗ vide

Q.4 Un alphabet est :

- ✗ un ensemble ordonné
- ✓ un ensemble fini
- ✗ un ensemble infini
- ✗ une suite finie

Q.5 Ces expressions rationnelles :

$$(a^\star + b)^\star + c((ab)^\star(bc))^\star(ab)^\star$$
$$c(ab + bc)^\star + (a + b)^\star$$

- ✗ sont identiques
- ✓ sont équivalentes
- ✗ ne sont pas équivalentes
- ✗ dénotent des langages différents

Q.6 Pour une expression rationnelle composée de $n$ opérations autres que la concaténation, l'automate de Thompson compte :

- ✗ $n$ états
- ✓ $2n$ états
- ✗ $n^2$ états
- ✗ $2^n$ états

Q.7 Un automate déterministe est un automate non-déterministe à transitions spontanées.

- ✓ toujours vrai
- ✗ toujours faux
- ✗ parfois vrai
- ✗ c'est le contraire

Q.8 Si un langage vérifie le lemme de pompage, alors il est rationnel.

- ✗ toujours vrai
- ✗ toujours faux
- ✗ vrai seulement pour le langage vide
- ✓ c'est le contraire

Q.9 « Émonder un automate » signifie lui enlever

- ✗ ses états utiles
- ✓ ses états inutiles
- ✗ ses transitions spontanées
- ✗ ses états inaccessibles

Q.10 Si $L_1 \subset L \subset L_2$, alors $L$ est rationnel si :

✗ $L_1$ est rationnel
✗ $L_2$ est rationnel
✗ $L_1, L_2$ sont rationnels
✓ $L_1, L_2$ sont rationnels et $L_2 \subset L_1$

Q.11 Un automate fini qui a des transitions spontanées. . .

✗ est déterministe
✓ n'est pas déterministe
✗ accepte $\varepsilon$
✗ n'accepte pas $\varepsilon$

Q.12 Considérons $\mathcal{P}$ l'ensemble des *palindromes* (mot $u$ égal à son image miroir $u^R$) de longueur paire sur $\Sigma$, i.e., $\mathcal{P} = \{v \cdot v^R \mid v \in \Sigma^\star\}$.

✗ Il existe un DFA qui reconnaisse $\mathcal{P}$
✗ Il existe un NFA qui reconnaisse $\mathcal{P}$
✗ Il existe un $\varepsilon$-NFA qui reconnaisse $\mathcal{P}$
✓ $\mathcal{P}$ ne vérifie pas le lemme de pompage

Q.13 Si $L_1, L_2$ sont rationnels, alors :

✗ $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} L_1^n \cdot L_2^n$ aussi
✓ $(L_1 \cap \overline{L_2}) \cup (\overline{L_1} \cap L_2)$ aussi
✗ $L_1 \subset L_2$ ou $L_1 \subset L_2$
✗ $\overline{L_1 \cap L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$

Q.14 Si $e$ et $f$ sont deux expressions rationnelles, quelle identité n'est pas nécessairement vérifiée ?

✗ $(ef)^\star e = e(fe)^\star$
✗ $\emptyset^\star = \varepsilon^\star$
✗ $(e + f)^\star = (f^\star e^\star f^\star e^\star)^\star$
✓ $(ef)^\star = e(fe)^\star f$

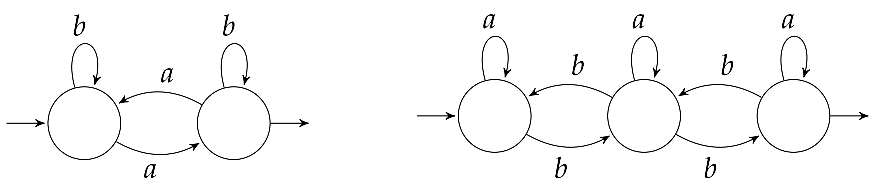
Q.15 Si un automate de $n$ états accepte $a^n$, alors il accepte. . .

✗ $(a^n)^m$ avec $m \in \mathbb{N}^*$
✗ $a^{n+1}$
✗ $a^n a^m$ avec $m \in \mathbb{N}^*$
✓ $a^p(a^q)^\star$ avec $p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}^* : p + q \leq n$

Q.16 Quelle séquence d'algorithmes teste l'appartenance d'un mot au langage représenté par une expression rationnelle ?

✗ Thompson, déterminisation, Brzozowski-McCluskey.
✗ Thompson, déterminisation, élimination des transitions spontanées, évaluation.
✓ Thompson, élimination des transitions spontanées, déterminisation, minimisation, évaluation.
✗ Thompson, déterminimisation, évaluation.

Q.17 Quel mot est reconnu par l'automate produit des deux automates suivants ?




✗ $(bab)^{22}$ ✓ $(bab)^{333}$ ✗ $(bab)^{4444}$ ✗ $(bab)^{666666}$

> **Solution:** L'automate produit calcule l'intersection des langages. Le premier automate veut un nombre impair de $a$, le second un nombre pair non nul de $b$.

Q.18 Combien d'états n'a pas l'automate de Thompson de l'expression rationnelle à laquelle je pense ?

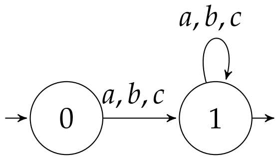
✗ 1248 ✓ 2481 ✗ 4812 ✗ 8124

> **Solution:** Forcément un nombre pair non nul d'états.

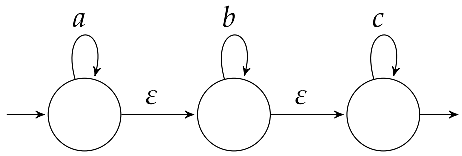
Q.19 Combien d'états a l'automate déterministe minimal qui accepte le langage $L$ dénoté par $(a+b+c)^+$ ?

✗ Il n'existe pas d'automate minimal pour $L$ ✓ 2
✗ 1 ✗ 3

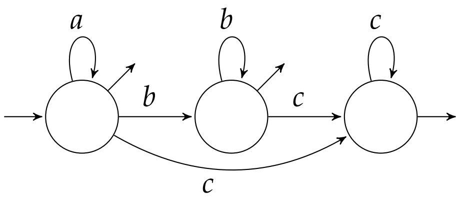
**Solution:**



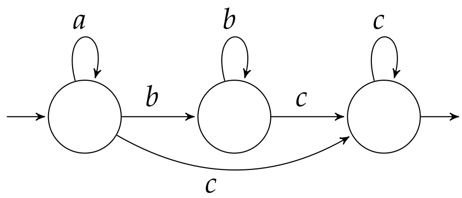

Q.20 Quel est le résultat d'une élimination *arrière* des transitions spontanées sur l'automate suivant ?



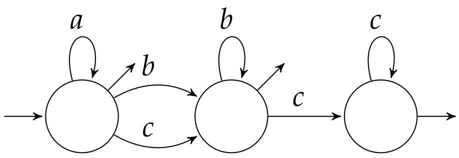

✓



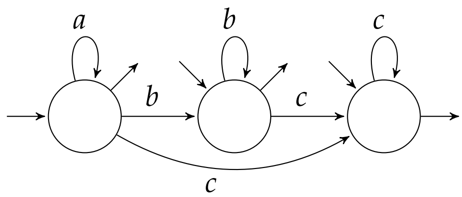

✗




✗




✗




Q.21 Si l'on déterminise la réponse de la question 20, puis qu'on le minimise, alors l'application de BMC conduira à une expression rationnelle équivalente à :

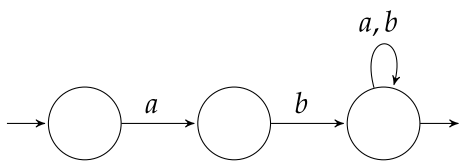
✓ $a^\star b^\star c^\star$ ✗ $a^\star + b^\star + c^\star$ ✗ $(abc)^\star$ ✗ $(a+b+c)^\star$

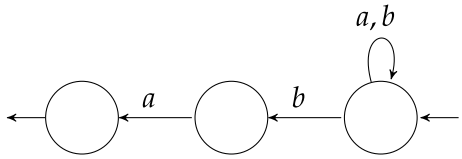
**Solution:** Bien entendu, élimination des transitions spontanées, minimisation et déterminisation préservent le langage reconnu. C'est donc le même langage que celui de l'automate de la question 20, qui est trivialement $a^\star b^\star c^\star$.

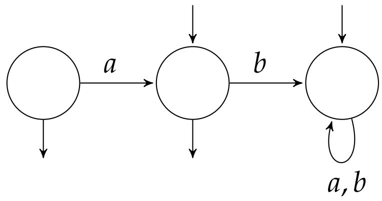
Q.22 L'automate de départ de la question 20 est. . .

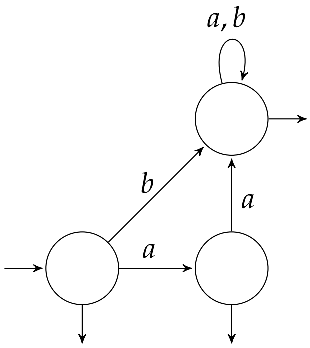
✓ nondéterministe à transitions spontanées ✗ $\varepsilon$-déterministe
✗ déterministe à transitions spontanées ✗ $\varepsilon$-minimal

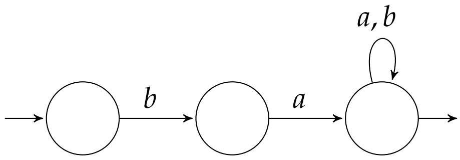
Q.23 Quel automate reconnaît le langage complémentaire de celui accepté par l'automate suivant ?



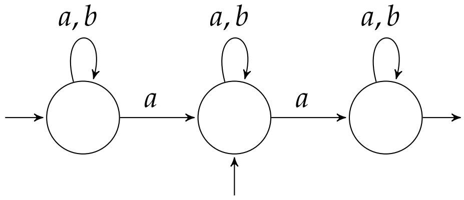
✗ 

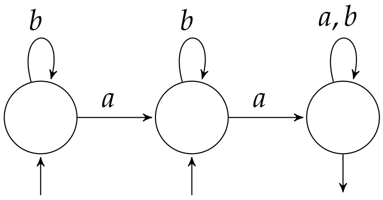

✗ 

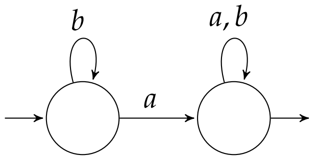

✓ 

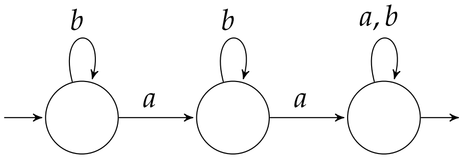

✗ 


Q.24 Déterminiser l'automate suivant.




✗ 


✓ 


✗ 


✗