# Partiel Théorie des Langages Rationnels
# Aucun document ni appareil autorisé

Version du 16 septembre 2013

Bien lire le sujet, chaque mot est important. Répondre sur les formulaires de QCM, aucune réponse manuscrite ne sera corrigée. Renseigner les champs d'identité.

Il y a exactement une et une seule réponse juste par question. Si plusieurs réponses sont valides, sélectionner la plus restrictive. Par exemple s'il est demandé si 0 est *nul*, *non nul*, *positif*, ou *négatif*, sélectionner *nul* qui est plus restrictif que *positif* et *négatif*, tous deux vrais.

Les réponses justes créditent, les réponses incorrectes pénalisent, et les réponses blanches valent 0; il est plus sûr de ne pas répondre que de laisser le hasard décider.

Q.1 Le langage { ♞$^n$ ♞$^n$ | $\forall n \in \mathbb{N}$} est

✗ fini ✗ non reconnaissable par automate fini
✓ rationnel ✗ vide

Q.2 Le langage { ♚$^n$ ♔$^n$ | $\forall n \in \mathbb{N}$} est

✗ fini ✓ non reconnaissable par automate fini
✗ rationnel ✗ vide

Q.3 Le langage { ♕$^n$ ♛$^n$ ♕$^n$ | $\forall n$ premier, codable en binaire sur 64 bits} est

✓ fini ✗ non reconnaissable par automate fini
✗ rationnel ✗ vide

Q.4 Pour $e = (ab)^\star, f = a^\star b^\star$ :

✗ $L(e) \subseteq L(f)$ ✗ $L(e) \supseteq L(f)$ ✗ $L(e) = L(f)$ ✓ $L(e) \begin{smallmatrix}\not\subseteq\\ \not\supseteq\end{smallmatrix} L(f)$

Q.5 Pour $e = (ab)^\star, f = (a+b)^\star$ :

✓ $L(e) \subseteq L(f)$ ✗ $L(e) \supseteq L(f)$ ✗ $L(e) = L(f)$ ✗ $L(e) \begin{smallmatrix}\not\subseteq\\ \not\supseteq\end{smallmatrix} L(f)$

Q.6 Pour $e = (a+b)^\star, f = a^\star b^\star$ :

✗ $L(e) \subseteq L(f)$ ✓ $L(e) \supseteq L(f)$ ✗ $L(e) = L(f)$ ✗ $L(e) \begin{smallmatrix}\not\subseteq\\ \not\supseteq\end{smallmatrix} L(f)$

Q.7 Pour $e = (a+b)^\star + \varepsilon, f = (a^\star b^\star)^\star$ :

✗ $L(e) \subseteq L(f)$ ✗ $L(e) \supseteq L(f)$ ✓ $L(e) = L(f)$ ✗ $L(e) \begin{smallmatrix}\not\subseteq\\ \not\supseteq\end{smallmatrix} L(f)$

Q.8 Pour une expression rationnelle composée de $n$ opérations autres que la concaténation, l'automate de Thompson compte :

✗ $n$ états ✓ $2n$ états ✗ $n^2$ états ✗ $2^n$ états

Q.9 Un automate déterministe est non-déterministe.

✓ toujours vrai ✗ toujours faux ✗ parfois vrai ✗ c'est le contraire

Q.10 Un langage quelconque

✗ n'est pas nécessairement dénombrable (i.e., il n'existe pas toujours de bijection entre ses mots et une partie de $\mathbb{N}$)
✓ est toujours inclus ($\subset$) dans un langage rationnel

- ✗ peut n'être inclus dans aucun langage dénoté par une expression rationnelle
- ✗ peut avoir une intersection non vide avec son complémentaire

> **Solution:** Tout langage est dans $\Sigma^\star$.

Q.11 Si $L_1 \subseteq L \subseteq L_2$, alors $L$ est rationnel si :

- ✗ $L_1$ est rationnel
- ✗ $L_2$ est rationnel
- ✗ $L_1, L_2$ sont rationnels
- ✓ $L_1, L_2$ sont rationnels et $L_2 \subseteq L_1$

Q.12 Un automate fini qui a des transitions spontanées. . .

- ✗ est déterministe
- ✓ n'est pas déterministe
- ✗ accepte $\varepsilon$
- ✗ n'accepte pas $\varepsilon$

Q.13 Quels langages ne vérifient pas le lemme de pompage ?

- ✗ Tous les langages reconnus par un DFA
- ✗ Certains langages reconnus par un DFA
- ✗ Tous les langages non reconnus par un DFA
- ✓ Certains langages non reconnus par un DFA

Q.14 Si $L_1, L_2$ sont rationnels, alors :

- ✗ $\bigcup_{n\in\mathbb{N}} L_1^n \cdot L_2^n$ aussi
- ✓ $(L_1 \cap \overline{L_2}) \cup (\overline{L_1} \cap L_2)$ aussi
- ✗ $L_1 \subseteq L_2$ ou $L_2 \subseteq L_1$
- ✗ $\overline{L_1 \cap L_2} = \overline{L_1} \cap \overline{L_2}$

Q.15 Si un automate de $n$ états accepte $a^n$, alors il accepte. . .

- ✗ $(a^n)^m$ avec $m \in \mathbb{N}^*$
- ✗ $a^{n+1}$
- ✗ $a^n a^m$ avec $m \in \mathbb{N}^*$
- ✓ $a^p(a^q)^\star$ avec $p \in \mathbb{N}, q \in \mathbb{N}^* : p + q \leq n$

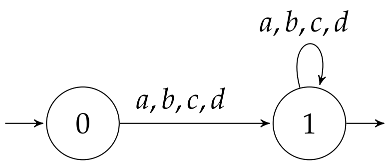
Q.16 Quelle séquence d'algorithmes teste l'appartenance d'un mot au langage représenté par une expression rationnelle ?

- ✗ Thompson, déterminisation, Brzozowski-McCluskey.
- ✗ Thompson, déterminisation, élimination des transitions spontanées, évaluation.
- ✓ Thompson, élimination des transitions spontanées, déterminisation, minimisation, évaluation.
- ✗ Thompson, déterminimisation, évaluation.

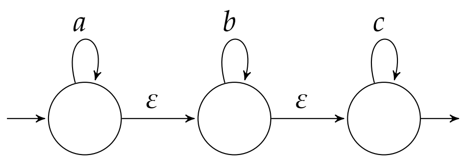
Q.17 Combien d'états a l'automate déterministe minimal qui accepte le langage $(a + b + c + d)^+$ ?

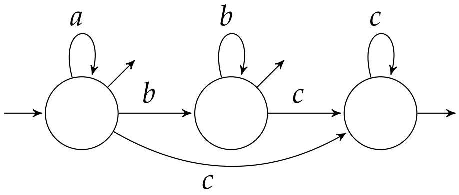
- ✗ 1
- ✓ 2
- ✗ 3
- ✗ 4

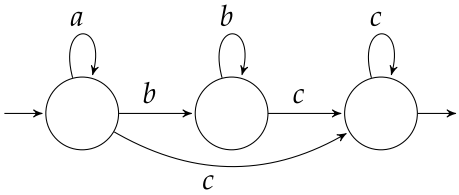
**Solution:**

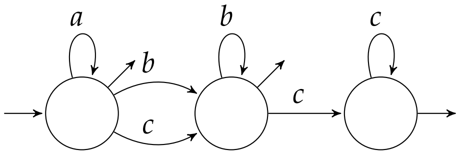


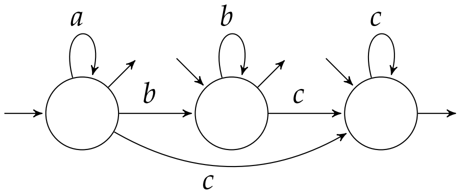

Q.18 Quel est le résultat d'une élimination *arrière* des transitions spontanées sur l'automate suivant ?



✓ 


✗ 


✗ 


✗ 


Q.19 Si l'on déterminise la réponse de la question 18, puis qu'on le minimise, alors l'application de BMC conduira à une expression rationnelle équivalente à :

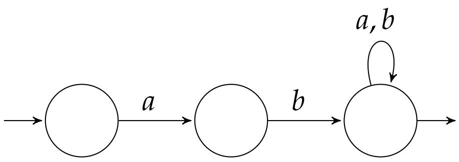
✓ $a^\star b^\star c^\star$ ✗ $a^\star + b^\star + c^\star$ ✗ $(abc)^\star$ ✗ $(a+b+c)^\star$

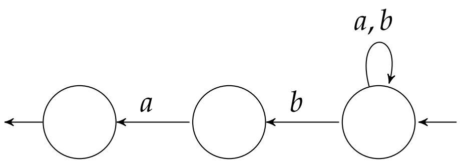
> **Solution:** Bien entendu, élimination des transitions spontanées, minimisation et déterminisation préservent le langage reconnu. C'est donc le même langage que celui de l'automate de la question 18, qui est trivialement $a^\star b^\star c^\star$.

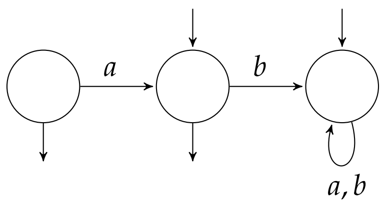
Q.20 L'automate de départ de la question 18 est. . .

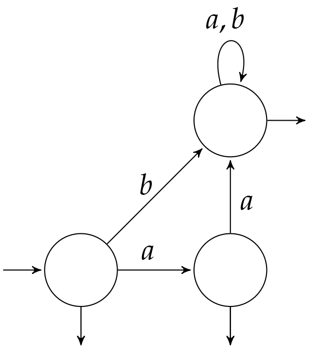
✓ nondéterministe à transitions spontanées ✗ $\varepsilon$-déterministe
✗ déterministe à transitions spontanées ✗ $\varepsilon$-minimal

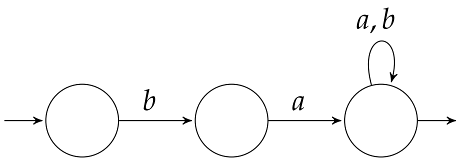
Q.21 Quel automate reconnaît le langage complémentaire de celui accepté par l'automate suivant ?



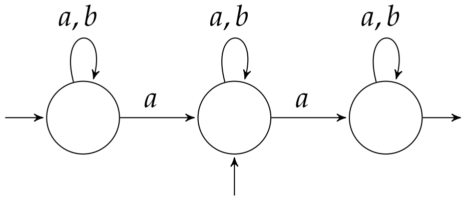

✗ 

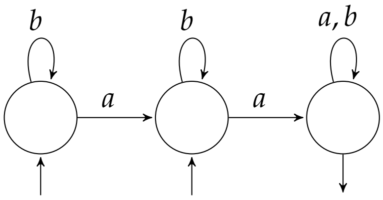

✗ 

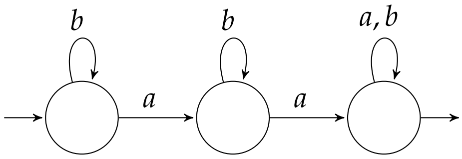

✓ 

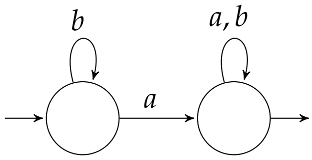

✗ 

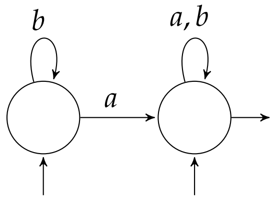

Q.22 Déterminiser l'automate suivant.


a, b
a, b
a, b
a
a

✗ 
b
b
a, b
a
a

✗ 
b
b
a, b
a
a

✓ 
b
a, b
a

✗ 
b
a, b
a