# TD 4
# Lemme de pompage et déterminisation

Version du 16 septembre 2013

## Exercice 1 – Listes de listes de listes...

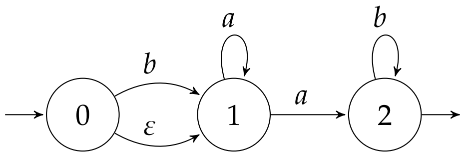
Reprenons une question du TD précédent :

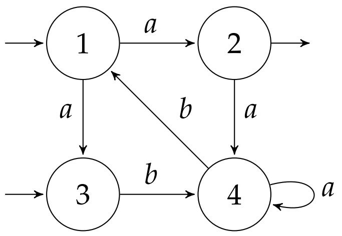
> La notion de liste est étendue récursivement pour inclure les listes de listes, les listes de liste de liste... comme ((1 : 3) : 3 : (2 : 1) : ((1 : 2))). Est-il possible de reconnaître les listes avec un automate fini ?

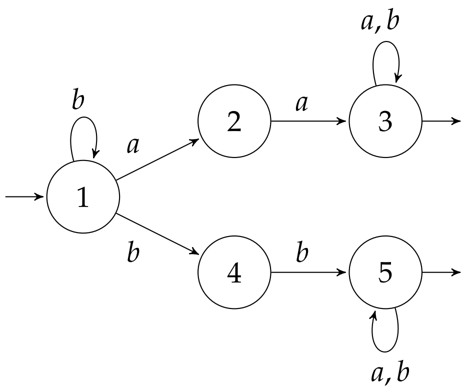
1. Utilisez le lemme de pompage pour les langages rationnels afin de démontrer que le langage $L_p = \{({}^n1)^n \mid n \geq 0\}$ n'est pas rationnel.
2. Déduisez-en qu'il n'est pas possible de reconnaître le langage $L_l$, composé de listes, listes de listes, listes de listes de listes... avec un automate fini.

## Exercice 2

On suppose $\Sigma = \{a, b\}$. En utilisant les méthodes du cours, construisez un automate déterministe équivalent à chacun des automates suivants :




## Exercice 3 – Recherche de motifs

Dans cet exercice on considère $\Sigma = \{a, b, c\}$.

1. Soit le mot $m = abab$ et le langage $L$ des mots qui ont $m$ comme suffixe. $L$ contient les mots de la forme $v = um$, avec $u \in \Sigma^\star$ ; soit, par exemple, les mots *aaabab* et *babab*. En revanche, *caabc* n'appartient pas à $L$. Prouvez que $L$ est rationnel. Proposez un automate fini *non-déterministe* $A_n$ pour $L$. Vous justifierez votre construction.
2. Transformez $A_n$ en un automate déterministe complet $A_d$ équivalent, en utilisant une construction étudiée en cours. Vous expliciterez les étapes de l'application de l'algorithme.
3. Pourquoi est-il évident que $A_d$ soit complet et émondé ?

4. On modifie l'alphabet avec $\Sigma = \{a, b, c, d, e\}$ pour cette question uniquement. Comment répercuter cette modification sur $A_d$ ?
5. On considère l'algorithme suivant :

   // $u = u_1 \dots u_n$ est le mot dans lequel on cherche.
   // $A_d = (\Sigma, Q, \{q_0\}, F, \delta)$ est un automate déterministe pour $L$.
   $q \leftarrow q_0$
   $i \leftarrow 1$
   $c \leftarrow 0$
   **tant que** $(i \leq n)$ **faire**
       $q \leftarrow \delta(q, u_i)$
       $i \leftarrow i + 1$
       **si** $(q \in F)$ **alors** $c \leftarrow c + 1$ **fin si**
   **fin tant que**

   a. Illustrez le fonctionnement de cet algorithme lorsque $u = bcababcabbababac$ et l'automate $A_d$ calculé à la question 2. Vous donnerez pour chaque passage dans la boucle principale la valeur de $c$.
   b. Que calcule cet algorithme en général ? Justifiez votre affirmation.
   c. Quelle est la complexité de cet algorithme ?
   d. Que vaut $c$ à la fin de l'exécution de l'algorithme pour $u = cabbabababababc$ ? Que remarquez vous ?
   e. Comment faudrait-il modifier l'automate $A_d$ pour compter que le nombre maximal d'occurrences disjointes du motif au sein de la chaîne d'entrée ? Par exemple la réponse devrait être 2 dans le dernier exemple.